MATHEMATICS

Category-I (Q : 1 to 50)

Category-I : Carry 1 mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ mark will be deducted.

একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 1 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ¼ নম্বর কাটা যাবে।

1. If $I = \lim\limits_{x \to 0} \sin\left(\dfrac{e^x - x - 1 - \dfrac{x^2}{2}}{x^2}\right)$, then limit

(A) does not exist
(B) exists and equals 1
(C) exists and equals 0
(D) exists and equals $\frac{1}{2}$

যদি $I = \lim\limits_{x \to 0} \sin\left(\dfrac{e^x - x - 1 - \dfrac{x^2}{2}}{x^2}\right)$ হয়, তবে সীমার

(A) অস্তিত্ব নেই
(B) অস্তিত্ব আছে ও মান হবে 1
(C) অস্তিত্ব আছে ও মান শূণ্য
(D) অস্তিত্ব আছে ও মান $\frac{1}{2}$

2. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be such that $f(0) = 0$ and $|f'(x)| \le 5$ for all x. Then $f(1)$ is in

(A) $(5, 6)$
(B) $[-5, 5]$
(C) $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$
(D) $[-4, 4]$

মনে কর $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(0) = 0$ ও $|f'(x)| \le 5$। সেক্ষেত্রে $f(1)$ -এর মান যে অন্তরালে থাকবে তা হল

(A) $(5, 6)$
(B) $[-5, 5]$
(C) $(-\infty, -5) \cup (5, \infty)$
(D) $[-4, 4]$

3. If $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{(a + b\cos x)^2}\,dx = \alpha\left[\log_e |a + b\cos x| + \frac{a}{a + b\cos x}\right] + c$, then $\alpha =$

(A) $\frac{2}{b^2}$
(B) $\frac{2}{a^2}$
(C) $-\frac{2}{b^2}$
(D) $-\frac{2}{a^2}$

যদি $\displaystyle\int \frac{\sin 2x}{(a + b\cos x)^2}\,dx = \alpha\left[\log_e |a + b\cos x| + \frac{a}{a + b\cos x}\right] + c$ হয়, তবে $\alpha =$

(A) $\frac{2}{b^2}$
(B) $\frac{2}{a^2}$
(C) $-\frac{2}{b^2}$
(D) $-\frac{2}{a^2}$

4. Let $g(x) = \int_{x}^{2x} \frac{f(t)}{t} dt$ where $x > 0$ and f be continuous function and $f(2x) = f(x)$, then

(A) $g(x)$ is strictly increasing function (B) $g(x)$ is strictly decreasing function

(C) $g(x)$ is constant function (D) $g(x)$ is not derivable function

মনে কর $g(x) = \int_{x}^{2x} \frac{f(t)}{t} dt$ যেখানে $x > 0$ এবং f সন্তত অপেক্ষক এবং $f(2x) = f(x)$। সেক্ষেত্রে

(A) $g(x)$ যথার্থ ক্রমবর্ধমান অপেক্ষক (B) $g(x)$ যথার্থ ক্রমহ্রাসমান অপেক্ষক

(C) $g(x)$ ধ্রুবক অপেক্ষক (D) $g(x)$ অবকলযোগ্য নয়

5. $\int_{1}^{3} \frac{|x-1|}{|x-2|+|x-3|} dx =$

(A) $1 + \frac{4}{3}\log_e 3$ (B) $1 + \frac{3}{4}\log_e 3$ (C) $1 - \frac{4}{3}\log_e 3$ (D) $1 - \frac{3}{4}\log_e 3$

$\int_{1}^{3} \frac{|x-1|}{|x-2|+|x-3|} dx$-এর মান হল

(A) $1 + \frac{4}{3}\log_e 3$ (B) $1 + \frac{3}{4}\log_e 3$ (C) $1 - \frac{4}{3}\log_e 3$ (D) $1 - \frac{3}{4}\log_e 3$

6. The value of the integral

$$\int_{-1/2}^{1/2} \left\{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 - 2\right\}^{1/2} dx \text{ is equal to}$$

(A) $\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$ (B) $4\log_e\left(3/4\right)$ (C) $4\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$ (D) $\log_e\left(3/4\right)$

$$\int_{-1/2}^{1/2} \left\{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2 - 2\right\}^{1/2} dx \text{ -এর মান হবে}$$

(A) $\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$ (B) $4\log_e\left(3/4\right)$ (C) $4\log_e\left(\frac{4}{3}\right)$ (D) $\log_e\left(3/4\right)$

7. If $\int_{\log_e 2}^{x} \left(e^x - 1\right)^{-1} dx = \log_e \frac{3}{2}$ then the value of x is

(A) 1 (B) e^2 (C) log 4 (D) $\frac{1}{e}$

যদি $\int_{\log_e 2}^{x} \left(e^x - 1\right)^{-1} dx = \log_e \frac{3}{2}$ হয়, তবে x-এর মান হবে

(A) 1 (B) e^2 (C) log 4 (D) $\frac{1}{e}$

8. The normal to a curve at P(x, y) meets the x-axis at G. If the distance of G from the origin is twice the abscissa of P then the curve is

(A) a parabola (B) a circle (C) a hyperbola (D) an ellipse

বক্ররেখার P (x, y) বিন্দুতে অভিলম্বটি x-অক্ষকে G বিন্দুতে ছেদ করে। যদি মূলবিন্দু থেকে G এর দূরত্ব P-এর ভুজের দ্বিগুণ হয়, তবে বক্ররেখাটি

(A) একটি অধিবৃত্ত (B) একটি বৃত্ত (C) একটি পরাবৃত্ত (D) একটি উপবৃত্ত

9. The differential equation of all the ellipses centred at the origin and have axes as the co-ordinate axes is

(A) $y^2 + xy'^2 - yy' = 0$ (B) $xyy'' + xy'^2 - yy' = 0$

(C) $yy'' + xy'^2 - xy' = 0$ (D) $x^2y' + xy'' - 3y = 0$

where $y' \equiv \frac{dy}{dx}$, $y'' \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$

মূলবিন্দু কেন্দ্র এবং অক্ষদ্বয় স্থানাঙ্ক অক্ষদ্বয় বরাবর এমন উপবৃত্ত পরিবারের অবকল সমীকরণ হবে

(A) $y^2 + xy'^2 - yy' = 0$ (B) $xyy'' + xy'^2 - yy' = 0$

(C) $yy'' + xy'^2 - xy' = 0$ (D) $x^2y' + xy'' - 3y = 0$

যেখানে $y' \equiv \frac{dy}{dx}$, $y'' \equiv \frac{d^2y}{dx^2}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

বা, $\frac{2x}{a^2} + \frac{2y}{b^2} y_1$

বা, $y_1 =$

$= -\frac{2x}{a^2}$

$= -\frac{y}{x}$

$y_2 = \frac{y - x\frac{dy}{dx}}{x^2} - \frac{b^2}{a^2}$

10. If $x\frac{dy}{dx}+y=\frac{xf(xy)}{f'(xy)}$, then $|f(xy)|$ is equal to

(A) $ke^{x^2/2}$ (B) $ke^{y^2/2}$ (C) ke^{x^2} (D) ke^{y^2}

where k is an arbitrary positive constant.

যদি $x\frac{dy}{dx}+y=\frac{xf(xy)}{f'(xy)}$ হয়, তবে $|f(xy)|$ হবে

(A) $ke^{x^2/2}$ (B) $ke^{y^2/2}$ (C) ke^{x^2} (D) ke^{y^2}

যেখানে k হল যদৃচ্ছ ধনাত্মক ধ্রুবক।

11. The straight line through the origin which divides the area formed by the curves $y=2x-x^2$, $y=0$ and $x=1$ into two equal halves is

(A) $y=x$ (B) $y=2x$ (C) $y=\frac{3}{2}x$ (D) $y=\frac{2}{3}x$

বক্ররেখা $y=2x-x^2$ এবং $y=0$ ও $x=1$ দ্বারা বেষ্টিত অঞ্চলকে যে সরলরেখা দুটি সমান অংশে বিভক্ত করে, তার সমীকরণ হবে

(A) $y=x$ (B) $y=2x$ (C) $y=\frac{3}{2}x$ (D) $y=\frac{2}{3}x$

12. The value of $\int_0^5 \max\{x^2, 6x-8\}\,dx$ is

(A) 72 (B) 125 (C) 43 (D) 69

$\int_0^5 \max\{x^2, 6x-8\}\,dx$ -এর মান হবে

(A) 72 (B) 125 (C) 43 (D) 69

13. A bulb is placed at the centre of a circular track of radius 10 m. A vertical wall is erected touching the track at a point P. A man is running along the track with a speed of 10 m/sec. Starting from P the speed with which his shadow is running along the wall when he is at an angular distance of 60° from P is

(A) 30 m/sec (B) 40 m/sec (C) 60 m/sec (D) 80 m/sec

10 m ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তীয় ট্র্যাকের কেন্দ্রে একটি বাল্ব রাখা হয়েছে। ট্রাকটিকে P বিন্দুতে স্পর্শ করে এমন একটি উল্লম্ব দেওয়াল আছে। এক ব্যক্তি P বিন্দু থেকে 10 m/sec গতিবেগে ঐ ট্র্যাক বরাবর দৌড়োচ্ছেন। P থেকে তাঁর অবস্থানের কৌণিক দূরত্ব যখন 60°, তখন ঐ ব্যক্তির ছায়া দেওয়াল বরাবর যাবে যে গতিবেগে তা হল

(A) 30 m/sec (B) 40 m/sec (C) 60 m/sec (D) 80 m/sec

14. Two particles A and B move from rest along a straight line with constant accelerations f and f′ respectively. If A takes m sec. more than that of B and describes n units more than that of B in acquiring the same velocity, then

(A) $(f + f')m^2 = ff'n$

(B) $(f - ff')m^2 = ff'n$

(C) $(f' - f)n = \frac{1}{2} ff'm^2$

(D) $\frac{1}{2}(f + f')m = ff'n^2$

স্থিতাবস্থা থেকে দুটি বস্তু কণা A ও B যথাক্রমে সম ত্বরণ f ও f′ সহ একটি সরলরেখা বরাবর যাত্রা করে। A-র সময় লাগে B-র চেয়ে m sec. বেশি। A, B এর চেয়ে n একক অধিকপথ অতিক্রম করে ঐ গতিবেগ অর্জনের জন্য। সেক্ষেত্রে

(A) $(f + f')m^2 = ff'n$

(B) $(f - ff')m^2 = ff'n$

(C) $(f' - f)n = \frac{1}{2} ff'm^2$

(D) $\frac{1}{2}(f + f')m = ff'n^2$

15. Let $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ be three non-zero vectors which are pairwise non-collinear. If $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ is collinear with $\vec{\gamma}$ and $\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$ is collinear with $\vec{\alpha}$, then $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$ is

(A) $\vec{\gamma}$

(B) $\vec{0}$

(C) $\vec{\alpha} + \vec{\gamma}$

(D) $\vec{\alpha}$

মনে কর $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ তিনটি অ-শূণ্য ভেক্টর যাদের মধ্যে কোন দুটি একযোগে সমরেখ নয়। যদি $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ ও $\vec{\gamma}$ সমরেখ হয় এবং $\vec{\beta} + 2\vec{\gamma}$ ও $\vec{\alpha}$ সমরেখ হয়, তবে $\vec{\alpha} + 3\vec{\beta} + 6\vec{\gamma}$ হবে

(A) $\vec{\gamma}$

(B) $\vec{0}$

(C) $\vec{\alpha} + \vec{\gamma}$

(D) $\vec{\alpha}$

16. Let $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ be given by $f(x) = |x^2 - 1|, x \in \mathbb{R}$. Then

(A) f has a local minimum at $x = \pm 1$ but no local maximum.

(B) f has a local maximum at $x = 0$ but no local minimum.

(C) f has a local minima at $x = \pm 1$ & a local maxima at $x = 0$.

(D) f has neither a local maxima nor a local minima at any point.

$f(x) = x^2 - 1$
$y_1 = 2x$

মনে কর $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ এভাবে সংজ্ঞায়িত আছে যে $f(x) = |x^2 - 1|, x \in \mathbb{R}$ সেক্ষেত্রে

(A) $x = \pm 1$ -এ f-এর স্থানীয় সর্বনিম্ন মান আছে কিন্তু স্থানীয় সর্বোচ্চ মান নেই

(B) $x = 0$ বিন্দুতে f-এর স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে কিন্তু স্থানীয় সর্বনিম্ন মান নেই

(C) f-এর $x = \pm 1$ -এ স্থানীয় সর্বনিম্ন মান আছে ও $x = 0$ তে স্থানীয় সর্বোচ্চ মান আছে

(D) কোন বিন্দুতেই f-এর স্থানীয় সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান নেই

17. Let a, b, c be real numbers, each greater than 1, such that

$$\frac{2}{3}\log_b a + \frac{3}{5}\log_c b + \frac{5}{2}\log_a c = 3.$$

If the value of b is 9, then the value of 'a' must be

(A) $\sqrt[3]{81}$
(B) $\frac{27}{2}$
(C) 18
(D) 27

a, b, c বাস্তব রাশি ও 1 এর চেয়ে বড় এরূপ যে $\frac{2}{3}\log_b a + \frac{3}{5}\log_c b + \frac{5}{2}\log_a c = 3$।

যদি b -এর মান 9 হয় তবে অবশ্যই 'a' -এর মান হবে

(A) $\sqrt[3]{81}$
(B) $\frac{27}{2}$
(C) 18
(D) 27

18. Consider the real valued function $h : \{0,1,2......100\} \to \mathbb{R}$ such that $h(0) = 5$, $h(100) = 20$ and satisfying $h(p) = \frac{1}{2}\{h(p+1) + h(p-1)\}$ for every p =1, 2 ....99. Then the value of h (1) is

(A) 5.15
(B) 5.5
(C) 6
(D) 6.15

বাস্তব মানবিশিষ্ট অপেক্ষক $h : \{0,1,2......100\} \to \mathbb{R}$ এরূপ যে $h(0) = 5$, $h(100) = 20$ ও $h(p) = \frac{1}{2}\{h(p+1) + h(p-1)\}$, p =1, 2 ....99। h (1) -এর মান হবে

(A) 5.15
(B) 5.5
(C) 6
(D) 6.15

19. If $|z| = 1$ and $z \neq \pm 1$, then all the points representing $\frac{z}{1-z^2}$ lie on ;

(A) a line not passing through the origin (B) the line $y = x$

(C) the x-axis (D) the y-axis

প্রদত্ত $|z| = 1$ এবং $z \neq \pm 1$, সেক্ষেত্রে $\frac{z}{1-z^2}$ এর প্রতিনিধিত্বকারী সকল বিন্দু ;

(A) মূলবিন্দুগামী নয় এমন সরলরেখার উপর অবস্থিত থাকবে

(B) $y = x$ সরলরেখার উপর অবস্থিত

(C) x-অক্ষের উপর অবস্থিত

(D) y-অক্ষের উপর অবস্থিত

20. Let $\mathbb{C}$ denote the set of all complex numbers.

Define $A = \{(z, w) \mid z, w \in \mathbb{C} \text{ and } |z| = |w|\}$, $B = \{(z, w) \mid z, w \in \mathbb{C} \text{ and } z^2 = w^2\}$. Then

(A) $A = B$ (B) $A \subset B$ (C) $B \subset A$ (D) $A \cap B = \varphi$

মনে কর $\mathbb{C}$ সকল জটিল রাশির সেট।

$A = \{(z, w) \mid z, w \in \mathbb{C}$ এবং $|z| = |w|\}$, $B = \{(z, w) \mid z, w \in \mathbb{C}$ এবং $z^2 = w^2\}$ । সেক্ষেত্রে

(A) $A = B$ (B) $A \subset B$ (C) $B \subset A$ (D) $A \cap B = \varphi$

21. Let α, β be the roots of the equation $x^2 - 6x - 2 = 0$ with $\alpha > \beta$. If $a_n = \alpha^n - \beta^n$ for $n \geq 1$, then the value of $\frac{a_{10} - 2a_8}{2a_9}$ is

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$x^2 - 6x - 2 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β, $\alpha > \beta$ । যদি $a_n = \alpha^n - \beta^n$, $n \geq 1$ তবে $\frac{a_{10} - 2a_8}{2a_9}$ হবে

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

22. For $x \in \mathbb{R}, x \neq -1$, if

$(1+x)^{2016} + x(1+x)^{2015} + x^2(1+x)^{2014} + ... + x^{2016} = \sum_{i=0}^{2016} a_i \cdot x^i$, then a_{17} is equal to

(A) $\frac{2016!}{17!1999!}$ (B) $\frac{2016!}{16!}$ (C) $\frac{2017!}{2000!}$ (D) $\frac{2017!}{17!2000!}$

$(1+x)^{2016} + x(1+x)^{2015} + x^2(1+x)^{2014} + ... + x^{2016} = \sum_{i=0}^{2016} a_i \cdot x^i$, সকল $x \in \mathbb{R}, x \neq -1$ হলে a_{17} হবে

(A) $\frac{2016!}{17!1999!}$ (B) $\frac{2016!}{16!}$ (C) $\frac{2017!}{2000!}$ (D) $\frac{2017!}{17!2000!}$

23. Five letter words, having distinct letters, are to be constructed using the letters of the word 'EQUATION' so that each word contains exactly three vowels and two consonants. How many of them have all the vowels together ?

(A) 3600 (B) 1800 (C) 1080 (D) 900

'EQUATION' শব্দের অক্ষরগুলি থেকে 5 টি ভিন্ন ভিন্ন অক্ষর বিশিষ্ট শব্দ গঠন করতে হবে এরূপ শর্তে যে প্রতিটি শব্দে তিনটি স্বরবর্ণ ও দুটি ব্যঞ্জনবর্ণ থাকবে। এরূপে গঠিত শব্দগুলির মধ্যে স্বরবর্ণগুলি একত্রে থাকবে এরূপ শব্দের সংখ্যা

(A) 3600 (B) 1800 (C) 1080 (D) 900

24. What is the number of ways in which an examiner can assign 10 marks to 4 questions, giving not less than 2 marks to any question ?

(A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 16

জনৈক প্রশ্নকর্তা 4টি প্রশ্নের জন্য 10 নম্বর বরাদ্দ করতে চান। কোন প্রশ্নেরই নম্বর 2-এর কম হবে না। এরূপ শর্তে যতভাবে তিনি ঐ নম্বর বরাদ্দ করতে পারেন, তার সংখ্যা হল

(A) 4 (B) 6 (C) 10 (D) 16

25. The digit in the unit's place of the number 1! + 2! + 3! +.......+ 99! is

(A) 3 (B) 0 (C) 1 (D) 7

1! + 2! + 3! +.......+ 99! সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক হল

(A) 3 (B) 0 (C) 1 (D) 7

26. If M is a 3 × 3 matrix such that (0 1 2) M = (1 0 0), (3 4 5) M = (0 1 0), then (6 7 8) M is equal to

(A) (2 1 –2) (B) (0 0 1) (C) (–1 2 0) (D) (9 10 8)

দেওয়া আছে যে M, 3 × 3 ক্রমের ম্যাট্রিক্স, এরূপ যে (0 1 2) M = (1 0 0), (3 4 5) M = (0 1 0), তবে (6 7 8) M হবে

(A) (2 1 –2) (B) (0 0 1) (C) (–1 2 0) (D) (9 10 8)

27. Let $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & \sin t \\ 0 & -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$

Let $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ be the roots of $\det(A - \lambda I_3) = 0$, where I_3 denotes the identity matrix. If $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \sqrt{2} + 1$, then the set of possible values of t, $-\pi \le t < \pi$ is

(A) a void set (B) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ (C) $\left\{-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right\}$ (D) $\left\{-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$

মনে কর $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & \sin t \\ 0 & -\sin t & \cos t \end{pmatrix}$

সমীকরণ $\det(A - \lambda I_3) = 0$ -এর বীজত্রয় $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, ($I_3$ তিনক্রমের একসম ম্যাট্রিক্স)। যদি $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = \sqrt{2} + 1$ হয়, t, $-\pi \le t < \pi$ -এর সম্ভাব্য মান সমূহের সেট

(A) শূন্য সেট (B) $\left\{\frac{\pi}{4}\right\}$ (C) $\left\{-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right\}$ (D) $\left\{-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right\}$

28. Let A and B be two non-singular skew symmetric matrices such that AB = BA, then $A^2B^2 (A^TB)^{-1} (AB^{-1})^T$ is equal to

(A) A^2 (B) $-B^2$ (C) $-A^2$ (D) AB

A ও B দুটি অবিশিষ্ট বিপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স এরূপ যে AB = BA। সেক্ষেত্রে $A^2B^2 (A^TB)^{-1}(AB^{-1})^T$ হবে

(A) A^2 (B) $-B^2$ (C) $-A^2$ (D) AB

29. If a_n (> 0) be the n^{th} term of a G.P. then

$$\begin{vmatrix} \log a_n & \log a_{n+1} & \log a_{n+2} \\ \log a_{n+3} & \log a_{n+4} & \log a_{n+5} \\ \log a_{n+6} & \log a_{n+7} & \log a_{n+8} \end{vmatrix}$$ is equal to

(A) 1 (B) 2 (C) - 2 (D) 0

যদি গুণোত্তর প্রগতির n তম পদ a_n (> 0) হয়, তবে

$$\begin{vmatrix} \log a_n & \log a_{n+1} & \log a_{n+2} \\ \log a_{n+3} & \log a_{n+4} & \log a_{n+5} \\ \log a_{n+6} & \log a_{n+7} & \log a_{n+8} \end{vmatrix}$$ -এর মান হবে

(A) 1 (B) 2 (C) - 2 (D) 0

30. Let A, B, C be three non-void subsets of set S. Let $(A\cap C)\cup(B\cap C') = \phi$ where C′ denote the complement of set C in S. Then

(A) $A \cap B = \phi$ (B) $A \cap B \neq \phi$ (C) $A \cap C = A$ (D) $A \cup C = A$

মনে কর A, B, C সেট S-এর অ-শূণ্য উপসেট। মনে কর $(A\cap C)\cup(B\cap C') = \phi$ যেখানে C′, S সেটে C -এর পূরক সেট। সেক্ষেত্রে

(A) $A \cap B = \phi$ (B) $A \cap B \neq \phi$ (C) $A \cap C = A$ (D) $A \cup C = A$

31. Let T & U be the set of all orthogonal matrices of order 3 over $\mathbb{R}$ & the set of all non-singular matrices of order 3 over $\mathbb{R}$ respectively.

Let $A = \{-1, 0, 1\}$, then

(A) there exists bijective mapping between A and T, U.

(B) there does not exist bijective mapping between A and T, U

(C) there exists bijective mapping between A and T but not between A & U.

(D) there exists bijective mapping between A and U but not between A & T.

মনে কর T ও U, $\mathbb{R}$-এর উপর তিনমাত্রার যথাক্রমে লম্ব ম্যাট্রিক্সের সেট ও অবিশিষ্ট ম্যাট্রিক্সের সেট এবং $A = \{-1,0,1\}$, সেক্ষেত্রে

(A) A ও T, U -এর মধ্যে একৈক উপরিচিত্রণ বিদ্যমান

(B) A ও T, U-এর মধ্যে একৈক উপরিচিত্রণের অস্তিত্ব নেই

(C) A ও T -এর মধ্যে একৈক উপরিচিত্রণ বিদ্যমান কিন্তু A ও U -এর মধ্যে নেই।

(D) A ও U -এর মধ্যে একৈক উপরিচিত্রণ বিদ্যমান কিন্তু A ও T -এর মধ্যে নেই।

1+6

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

32. Four persons A, B, C and D throw an unbiased die, turn by turn, in succession till one gets an even number and win the game. What is the probability that A wins the game if A begins ?

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

A, B, C ও D চারজন ব্যাক্তি একটি নিরপেক্ষ ছক্কা পরপর ছুঁড়তে থাকলো যতক্ষণ না একজন জোড়সংখ্যা ছুঁড়লো এবং জিতলো। যদি A ছোঁড়া শুরু করে তবে তার জেতার সম্ভাবনা হবে

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{7}{15}$ (D) $\frac{8}{15}$

33. The mean and variance of a binomial distribution are 4 and 2 respectively. Then the probability of exactly two successes is

(A) $\frac{7}{64}$ (B) $\frac{21}{128}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$

একটি দ্বিপদ বন্টনের গড় 4 ও বৈষম্য 2 হলে ঠিক দুটি সফলতার সম্ভাবনা হবে

(A) $\frac{7}{64}$ (B) $\frac{21}{128}$ (C) $\frac{7}{32}$ (D) $\frac{9}{32}$

34. Let $S_n = \cot^{-1} 2 + \cot^{-1} 8 + \cot^{-1} 18 + \cot^{-1} 32 + \ldots\ldots$ to n^{th} term. Then $\lim_{n\to\infty} S_n$ is

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{8}$

মনে কর $S_n = \cot^{-1} 2 + \cot^{-1} 8 + \cot^{-1} 18 + \cot^{-1} 32 + \ldots\ldots n$ তম পদ পর্যন্ত। সেক্ষেত্রে $\lim_{n\to\infty} S_n$ হবে

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $\frac{\pi}{6}$ (D) $\frac{\pi}{8}$

35. If $a > 0$, $b > 0$ then the maximum area of the parallelogram whose three vertices are $O(0, 0)$, $A(a \cos \theta, b \sin \theta)$ and $B(a \cos \theta, -b \sin \theta)$ is

(A) ab when $\theta = \pi/4$ (B) 3ab when $\theta = \pi/4$

(C) ab when $\theta = -\pi/2$ (D) 2ab

একটি সামান্তরিকের তিনটি কৌণিক বিন্দুর স্থানাঙ্ক হল $O(0, 0)$, $A(a \cos \theta, b \sin \theta)$ ও $B(a \cos \theta, -b \sin \theta)$ যেখানে $a > 0, b > 0$। সামান্তরিকের সর্বোচ্চ ক্ষেত্রফল হবে

(A) ab যখন $\theta = \pi/4$ (B) 3ab যখন $\theta = \pi/4$

(C) ab যখন $\theta = -\pi/2$ (D) 2ab

36. Let A be the fixed point (0, 4) and B be a moving point on x-axis. Let M be the midpoint of AB and let the perpendicular bisector of AB meets the y-axis at R. The locus of the midpoint P of MR is

(A) $y + x^2 = 2$ (B) $x^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}$ (C) $(y-2)^2 - x^2 = \frac{1}{4}$ (D) $x^2 + y^2 = 16$

মনে কর A স্থির বিন্দু (0, 4) এবং B, x-অক্ষের উপর গতিশীল বিন্দু। M, AB-এর মধ্যবিন্দু এবং AB-এর লম্ব-সমদ্বিখন্ডক y-অক্ষকে R বিন্দুতে ছেদ করে। MR-এর মধ্যবিন্দু P-এর সঞ্চারপথ হল

(A) $y + x^2 = 2$ (B) $x^2 + (y-2)^2 = \frac{1}{4}$ (C) $(y-2)^2 - x^2 = \frac{1}{4}$ (D) $x^2 + y^2 = 16$

37. A moving line intersects the lines $x + y = 0$ and $x - y = 0$ at the points A, B respectively such that the area of the triangle with vertices (0, 0), A & B has a constant area C. The locus of the mid-point AB is given by the equation

(A) $(x^2 + y^2)^2 = C^2$ (B) $(x^2 - y^2)^2 = C^2$ (C) $(x + y)^2 = C^2$ (D) $(x - y)^2 = C^2$

একটি গতিশীল সরলরেখা $x + y = 0$ ও $x - y = 0$ সরলরেখাদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে যেখানে (0, 0), A ও B এর দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ধ্রুবক C হয়। AB-এর মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথের সমীকরণ হল

(A) $(x^2 + y^2)^2 = C^2$ (B) $(x^2 - y^2)^2 = C^2$ (C) $(x + y)^2 = C^2$ (D) $(x - y)^2 = C^2$

38. The locus of the vertices of the family of parabolas $6y = 2a^3x^2 + 3a^2x - 12a$ is

(A) $xy = \frac{105}{64}$ (B) $xy = \frac{64}{105}$ (C) $xy = \frac{35}{16}$ (D) $xy = \frac{16}{35}$

অধিবৃত্ত পরিবার $6y = 2a^3x^2 + 3a^2x - 12a$ -এর শীর্ষবিন্দু সমূহের সঞ্চারপথ হবে

(A) $xy = \frac{105}{64}$ (B) $xy = \frac{64}{105}$ (C) $xy = \frac{35}{16}$ (D) $xy = \frac{16}{35}$

39. A ray of light along $x + \sqrt{3}y = \sqrt{3}$ gets reflected upon reaching x-axis , the equation of the reflected ray is

(A) $y = x + \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}y = x - \sqrt{3}$ (C) $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}y = x - 1$

$x + \sqrt{3}y = \sqrt{3}$ বরাবর একটি আলোকরশ্মি x-অক্ষে প্রতিফলিত হয়। প্রতিফলিত রশ্মির সমীকরণ হবে

(A) $y = x + \sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}y = x - \sqrt{3}$ (C) $y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{3}y = x - 1$

40. Two tangents to the circle $x^2 + y^2 = 4$ at the points A and B meet at M(−4, 0) . The area of the quadrilateral MAOB, where O is the origin is

(A) $4\sqrt{3}$ sq. units (B) $2\sqrt{3}$ sq. units (C) $\sqrt{3}$ sq. units (D) $3\sqrt{3}$ sq. units

$x^2 + y^2 = 4$ বৃত্তের উপরিস্থ A ও B বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকদ্বয় M(− 4, 0) বিন্দুতে মিলিত হয়। চতুর্ভূজ MAOB (O মূলবিন্দু) -এর ক্ষেত্রফল হবে

(A) $4\sqrt{3}$ বর্গ একক (B) $2\sqrt{3}$ বর্গ একক (C) $\sqrt{3}$ বর্গ একক (D) $3\sqrt{3}$ বর্গ একক

41. From a point (d, 0) three normals are drawn to the parabola $y^2 = x$, then

(A) $d = \frac{1}{2}$ (B) $d > \frac{1}{2}$ (C) $d < \frac{1}{2}$ (D) $d = \frac{1}{3}$

(d, 0) বিন্দু থেকে $y^2 = x$ অধিবৃত্তে তিনটি অভিলম্ব অঙ্কিত হল। সেক্ষেত্রে

(A) $d = \frac{1}{2}$ (B) $d > \frac{1}{2}$ (C) $d < \frac{1}{2}$ (D) $d = \frac{1}{3}$

42. If from a point P(a, b, c), perpendiculars PA and PB are drawn to YZ and ZX-planes respectively, then the equation of the plane OAB is

(A) $bcx + cay + abz = 0$ (B) $bcx + cay - abz = 0$

(C) $bcx - cay + abz = 0$ (D) $bcx - cay - abz = 0$

P(a, b, c) বিন্দু থেকে YZ-তল ও ZX-তলের উপর লম্ব যথাক্রমে PA ও PB টানা হল। সেক্ষেত্রে OAB তলের সমীকরণ হবে

(A) $bcx + cay + abz = 0$ (B) $bcx + cay - abz = 0$

(C) $bcx - cay + abz = 0$ (D) $bcx - cay - abz = 0$

43. The co-ordinate of a point on the auxiliary circle of the ellipse $x^2 + 2y^2 = 4$ corresponding to the point on the ellipse whose eccentric angle is 60° will be

(A) $(\sqrt{3}, 1)$ (B) $(1, \sqrt{3})$ (C) $(1, 1)$ (D) $(1, 2)$

$x^2 + 2y^2 = 4$ উপবৃত্তের সহায়ক বৃত্তের উপর যে বিন্দুর উৎকেন্দ্রিক কোণ 60°, তার স্থানাঙ্ক হল

(A) $(\sqrt{3}, 1)$ (B) $(1, \sqrt{3})$ (C) $(1, 1)$ (D) $(1, 2)$

44. The locus of the center of a variable circle which always touches two given circles externally is

8

(A) an ellipse (B) a hyperbola (C) a parabola (D) a circle

দুটি প্রদত্ত বৃত্তকে বাইরে থেকে স্পর্শ করে এমন গতিশীল বৃত্তের কেন্দ্রের সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি উপবৃত্ত (B) একটি অধিবৃত্ত (C) একটি পরাবৃত্ত (D) একটি বৃত্ত

45. A line with positive direction cosines passes through the point P(2, –1, 2) and makes equal angle with co-ordinate axes. The line meets the plane $2x + y + z = 9$ at point Q. The length of the line segment PQ equals

(A) 1 unit (B) $\sqrt{2}$ unit (C) $\sqrt{3}$ unit (D) 2 unit

ধনাত্মক দিগঙ্কগোষ্ঠী (direction cosines) বিশিষ্ট একটি সরলরেখা P(2, –1, 2) বিন্দুগামী এবং স্থানাঙ্ক অক্ষগুলির সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে। ঐ রেখাটি $2x + y + z = 9$ তলকে Q বিন্দুতে ছেদ করে। সেক্ষেত্রে PQ রেখাংশের দৈর্ঘ্য হল

$\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = z-2$

(A) 1 একক (B) $\sqrt{2}$ একক (C) $\sqrt{3}$ একক (D) 2 একক

$\sin y = \frac{5x+12\sqrt{1-x^2}}{13}$

46. For $y = \sin^{-1}\left\{\frac{5x+12\sqrt{1-x^2}}{13}\right\}$; $|x| \le 1$, if $a(1-x^2)y_2 + bxy_1 = 0$ then $(a, b) =$

(A) (2, 1) (B) (1, –1) (C) (–1, 1) (D) (1, 2)

$y = \sin^{-1}\left\{\frac{5x+12\sqrt{1-x^2}}{13}\right\}$; $|x| \le 1$ -এর ক্ষেত্রে $a(1-x^2)y_2 + bxy_1 = 0$ হলে $(a, b) =$

(A) (2, 1) (B) (1, –1) (C) (–1, 1) (D) (1, 2)

47. $f(x)$ is real valued function such that $2f(x) + 3f(-x) = 15 - 4x$ for all $x \in \mathbb{R}$. Then $f(2) =$

(A) – 15 (B) 22 (C) 11 (D) 0

$f(x)$ একটি বাস্তব মান বিশিষ্ট অপেক্ষক এরূপ যে সকল $x \in \mathbb{R}$ এর জন্য $2f(x) + 3f(-x) = 15 - 4x$ হয়। সেক্ষেত্রে $f(2) =$

(A) – 15 (B) 22 (C) 11 (D) 0

48. Consider the functions $f_1(x) = x$, $f_2(x) = 2 + \log_e x$, $x > 0$. The graphs of the functions intersect

(A) once in $(0, 1)$ but never in $(1, \infty)$
(B) once in $(0, 1)$ and once in (e^2, ∞)
(C) once in $(0, 1)$ and once in (e, e^2)
(D) more than twice in $(0, \infty)$

$f_1(x) = x$, $f_2(x) = 2 + \log_e x$, $x > 0$ অপেক্ষকদুটি বিবেচনা কর। অপেক্ষকগুলির লেখচিত্রদ্বয়

(A) $(0, 1)$ -এ একবার পরস্পরকে ছেদ করে কিন্তু $(1, \infty)$ -এ একবারও ছেদ করে না

(B) $(0, 1)$ -এ একবার ও (e^2, ∞) তে একবার পরস্পরকে ছেদ করে

(C) $(0, 1)$ -এ একবার ও (e, e^2) তে একবার পরস্পরকে ছেদ করে

(D) $(0, \infty)$ তে দু'বারের বেশি পরস্পরকে ছেদ করে

49. The equation $6^x + 8^x = 10^x$ has

(A) no real root.

(B) infinitely many rational roots.

(C) exactly one real root.

(D) two distinct real roots.

$6^x + 8^x = 10^x$ সমীকরণের

(A) কোন বাস্তব বীজ নেই

(B) সমীকরণটির অসংখ্য মূলদ বীজ আছে

(C) শুধুমাত্র একটি বাস্তব বীজ আছে

(D) দুটি পৃথক বাস্তব বীজ আছে

50. Let $f : D \to \mathbb{R}$ where $D = [0, 1] \cup [2, 4]$ be defined by

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{if } x \in [0,1] \\ 4-x, & \text{if } x \in [2,4] \end{cases}. \text{ Then,}$$

(A) Rolle's theorem is applicable to f in D.

(B) Rolle's theorem is not applicable to f in D.

(C) there exists $\xi \in D$ for which $f'(\xi) = 0$ but Rolle's theorem is not applicable.

(D) f is not continuous in D.

মনে কর $f : D \to \mathbb{R}$ যেখানে $D = [0, 1] \cup [2, 4]$, এভাবে সংজ্ঞায়িত আছে যে

$$f(x) = \begin{cases} x, & \text{যখন } x \in [0,1] \\ 4-x, & \text{যখন } x \in [2,4] \end{cases} \text{। সেক্ষেত্রে}$$

(A) D সেটে রোলের উপপাদ্যটি f অপেক্ষকে প্রযুক্ত হবে

(B) D সেটে রোলের উপপাদ্যটি f অপেক্ষকে প্রযুক্ত হবে না

(C) $\xi \in D$ -এর অস্তিত্ব আছে যার জন্য $f'(\xi) = 0$ হবে কিন্তু রোলের উপপাদ্যটি প্রযুক্ত হবে না

(D) f, D সেটে সন্তত নয়

Category-II (Q 51 to 65)

Carry 2 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.

একটি উত্তর সঠিক। সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে ½ নম্বর কাটা যাবে।

51. Let f(x) be a continuous periodic function with period T. Let $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$. Then

(A) I is linear function in 'a'
(B) I does not depend on 'a'
(C) $0 < I < a^2 + 1$ where I depends on 'a'
(D) I is quadratic function in 'a'

মনে কর f(x) একটি সন্তত, পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক ও পর্যায়কাল T। মনে কর $I = \int_a^{a+T} f(x)\,dx$ । সেক্ষেত্রে

(A) I, 'a' -এর একরৈখিক অপেক্ষক
(B) I, 'a' -এর উপর নির্ভরশীল নয়
(C) $0 < I < a^2 + 1$ যেখানে I, a-এর উপর নির্ভরশীল
(D) I, 'a' -এর দ্বিঘাত অপেক্ষক।

52. If $b = \int_0^1 \frac{e^t}{t+1}dt$, then $\int_{a-1}^{a} \frac{e^{-t}}{t-a-1}$ is

(A) be^a
(B) be^{-a}
(C) $-be^{-a}$
(D) $-be^a$

যদি $b = \int_0^1 \frac{e^t}{t+1}dt$ হয়, সেক্ষেত্রে $\int_{a-1}^{a} \frac{e^{-t}}{t-a-1}$ হবে

(A) be^a
(B) be^{-a}
(C) $-be^{-a}$
(D) $-be^a$

53. The differential of $f(x) = \log_e(1 + e^{10x}) - \tan^{-1}(e^{5x})$ at $x = 0$ and for $dx = 0.2$ is

(A) 0.5
(B) 0.3
(C) -0.2
(D) -0.5

$f(x) = \log_e(1 + e^{10x}) - \tan^{-1}(e^{5x})$ -এর $x = 0$ বিন্দুতে $dx = 0.2$ -এর জন্য অন্তরকলক হবে

(A) 0.5
(B) 0.3
(C) -0.2
(D) -0.5

54. Given that $f : S \to \mathbb{R}$ is said to have a fixed point at c of S if $f(c) = c$.

Let $f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$ be defined by $f(x) = 1 + \sqrt{x}$. Then

(A) f has no fixed point in $[1, \infty)$

(B) f has unique fixed point in $[1, \infty)$

(C) f has two fixed points in $[1, \infty)$

(D) f has infinitely many fixed points in $[1, \infty)$

প্রদত্ত অপেক্ষক $f : S \to \mathbb{R}$ -এর c ($\in S$) বিন্দুতে স্থির বিন্দু থাকবে যদি $f(c) = c$ হয়। মনে কর

$f : [1, \infty) \to \mathbb{R}$ এমনভাবে সংজ্ঞাত আছে যে; $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ । সেক্ষেত্রে

(A) $[1, \infty)$ -তে f-এর কোন নির্দিষ্ট বিন্দু নেই

(B) $[1, \infty)$ -তে f-এর অনন্য স্থির বিন্দু আছে

(C) $[1, \infty)$ -তে f-এর দুটি স্থির বিন্দু আছে

(D) $[1, \infty)$ -তে f-এর অসংখ্য স্থির বিন্দু রয়েছে

55. The $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{4x}$ equals

(A) 1 (B) 0 (C) $e^{-8/3}$ (D) $e^{-4/9}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x-1}{3x+1}\right)^{4x}$ হবে

(A) 1 (B) 0 (C) $e^{-8/3}$ (D) $e^{-4/9}$

56. The area bounded by the parabolas $y = 4x^2$, $y = \frac{x^2}{9}$ and the straight line $y = 2$ is

(A) $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ sq. unit (B) $10\sqrt{5}$ sq. unit (C) $\frac{10\sqrt{3}}{7}$ sq. unit (D) $10\sqrt{2}$ sq. unit

অধিবৃত্তদ্বয় $y = 4x^2$ ও $y = \frac{x^2}{9}$ এবং $y = 2$ সরলরেখার মধ্যে সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হবে

(A) $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ বর্গ একক (B) $10\sqrt{5}$ বর্গ একক (C) $\frac{10\sqrt{3}}{7}$ বর্গ একক (D) $10\sqrt{2}$ বর্গ একক

$y = 4x^2$

57. If $a(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})+b(\vec{\beta}\times\vec{\gamma})+c(\vec{\gamma}\times\vec{\alpha})=\vec{o}$, where a, b, c are non-zero scalars, then the vectors $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ are

(A) parallel (B) non-coplanar

(C) coplanar (D) mutually perpendicular

দেওয়া আছে $a(\vec{\alpha}\times\vec{\beta})+b(\vec{\beta}\times\vec{\gamma})+c(\vec{\gamma}\times\vec{\alpha})=\vec{o}$ যেখানে a, b, c অশূণ্য স্কেলার। সেক্ষেত্রে $\vec{\alpha},\vec{\beta},\vec{\gamma}$ ভেক্টরত্রয়

(A) পরস্পর সমান্তরাল (B) সমতলীয় নয়

(C) সমতলীয় (D) পরস্পর লম্ব

58. If the tangent at the point P with co-ordinates (h, k) on the curve $y^2 = 2x^3$ is perpendicular to the straight line $4x = 3y$, then

(A) (h, k) = (0, 0) only

(B) $(h, k) = \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$ only

(C) $(h, k) = (0,0)$ or $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$

(D) no such point P exists

বক্ররেখা $y^2 = 2x^3$ -এর উপরিস্থ P(h, k) বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শক $4x = 3y$ রেখার উপর লম্ব হলে

(A) (h, k) = (0, 0) শুধুমাত্র

(B) $(h, k) = \left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$ শুধুমাত্র

(C) $(h, k) = (0,0)$ or $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{16}\right)$

(D) এ ধরণের P বিন্দুর অস্তিত্ব নেই

59. The co-efficient of $a^3b^4c^5$ in the expansion of $(bc + ca + ab)^6$ is

(A) $\frac{12!}{3!4!5!}$

(B) $\frac{6!}{3!}$

(C) 33

(D) $3.\left(\frac{6!}{3!3!}\right)$

$(bc + ca + ab)^6$ -এর বিস্তৃতিতে $a^3b^4c^5$ -এর সহগ হল

(A) $\frac{12!}{3!4!5!}$

(B) $\frac{6!}{3!}$

(C) 33

(D) $3.\left(\frac{6!}{3!3!}\right)$

60. Three unequal positive numbers a, b, c are such that a, b, c are in G.P. while $\log\left(\frac{5c}{2a}\right), \log\left(\frac{7b}{5c}\right), \log\left(\frac{2a}{7b}\right)$ are in A.P. Then a, b, c are the lengths of the sides of

(A) an isosceles triangle

(B) an equilateral triangle

(C) a scalene triangle

(D) a right-angled triangle

তিনটি অ-সম ধনাত্মক সংখ্যা a, b, c গুণোত্তর প্রগতিতে আছে। $\log\left(\frac{5c}{2a}\right), \log\left(\frac{7b}{5c}\right), \log\left(\frac{2a}{7b}\right)$ সমান্তর প্রগতিতে আছে। সেক্ষেত্রে a, b, c যে ত্রিভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য সূচিত করবে, সেই ত্রিভুজটি

(A) সমদ্বিবাহু

(B) সমবাহু

(C) বিষমবাহু

(D) সমকোণী

$a^2+10 \quad ab \quad ac$
$ab \quad b^2+10 \quad bc$
$ac \quad bc \quad c^2+10$
$=$

61. The determinant

$$\begin{vmatrix} a^2+10 & ab & ac \\ ab & b^2+10 & bc \\ ac & bc & c^2+10 \end{vmatrix} \text{ is}$$

(A) divisible by 10 but not by 100
(B) divisible by 100
(C) not divisible by 100
(D) not divisible by 10

$$\begin{vmatrix} a^2+10 & ab & ac \\ ab & b^2+10 & bc \\ ac & bc & c^2+10 \end{vmatrix} \text{ নির্ণায়কটি}$$

(A) 10 দ্বারা বিভাজ্য কিন্তু 100 দ্বারা বিভাজ্য নয়
(B) 100 দ্বারা বিভাজ্য
(C) 100 দ্বারা বিভাজ্য নয়
(D) 10 দ্বারা বিভাজ্য নয়

62. Let ℝ be the real line. Let the relations S and T on ℝ be defined by

$S = \{(x, y) : y = x + 1, 0 < x < 2\}$, $T = \{(x, y) : x - y$ is an integer$\}$. Then

$0<x$
$y=x+1$
$=2$

(A) both S and T are equivalence relations on ℝ
(B) T is an equivalence on ℝ but S is not
(C) neither S nor T is an equivalence relation on ℝ
(D) S is an equivalence relation on ℝ but T is not

মনে কর ℝ বাস্তব রেখা সূচিত করে। ℝ-এ দুটি সম্বন্ধ S ও T নিম্নভাবে সংজ্ঞাত আছে :

$S = \{(x, y) : y = x + 1, 0 < x < 2\}$, $T = \{(x, y) : x - y$ একটি পূর্ণসংখ্যা$\}$। সেক্ষেত্রে

$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x} dx$
$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \sin x \, dx$
$\cos x \Big]_{\pi/4}^{\pi/3}$

(A) S এবং T উভয়েই ℝ -এ সমতুল্যতা সম্বন্ধ
(B) T, ℝ-এ সমতুল্যতা সম্বন্ধ কিন্তু S নয়
(C) S ও T-এর কেউই ℝ-এ সমতুল্যতা সম্বন্ধ নয়
(D) S, ℝ-এ সমতুল্যতা সম্বন্ধ কিন্তু T নয়

63. The plane $\ell x + my = 0$ is rotated about its line of intersection with the plane $z = 0$ through an angle α. The equation changes to

(A) $\ell x + my \pm \tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2} = 0$
(B) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2+1} = 0$
(C) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+1} = 0$
(D) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2} = 0$

$\ell x + my = 0$ তলটি $z = 0$ তলের সঙ্গে ছেদ সরলরেখা বরাবর α কোণে ঘূর্ণন করে। সেক্ষেত্রে সমীকরণটির পরিবর্তিত আকার হবে

(A) $\ell x + my \pm \tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2} = 0$
(B) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2+1} = 0$
(C) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+1} = 0$
(D) $\ell x + my \pm z\tan\alpha\sqrt{\ell^2+m^2} = 0$

64. The points of intersection of two ellipses $x^2 + 2y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$ and $2x^2 + y^2 - 10x - 6y + 15 = 0$ lie on a circle. The center of the circle is

(A) (8, 3)
(B) (8, 1)
(C) $\left(\frac{8}{3}, 3\right)$
(D) (3, 8)

$x^2 + 2y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$ ও $2x^2 + y^2 - 10x - 6y + 15 = 0$ উপবৃত্তদ্বয়ের ছেদবিন্দুগুলি একটি বৃত্তের উপরিস্থ। ঐ বৃত্তের কেন্দ্র হবে

(A) (8, 3)
(B) (8, 1)
(C) $\left(\frac{8}{3}, 3\right)$
(D) (3, 8)

65. Let $I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\,dx$. Then

(A) $\frac{\sqrt{3}}{8} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{6}$
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \le I \le \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{9} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{16}$
(D) $\pi \le I \le \frac{4\pi}{3}$

মনে কর $I = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\sin x}{x}\,dx$। সেক্ষেত্রে

(A) $\frac{\sqrt{3}}{8} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{6}$
(B) $\frac{\sqrt{3}}{2\pi} \le I \le \frac{2\sqrt{3}}{\pi}$
(C) $\frac{\sqrt{3}}{9} \le I \le \frac{\sqrt{2}}{16}$
(D) $\pi \le I \le \frac{4\pi}{3}$

Category-III (Q 66 to 75)

Carry 2 marks each and one or more option(s) is/are correct. If all correct answers are not marked and no incorrect answer is marked, then score = 2 × number of correct answers marked ÷ actual number of correct answers. If any wrong option is marked or if any combination including a wrong option is marked, the answer will be considered wrong, but there is no negative marking for the same and zero marks will be awarded.

এক বা একাধিক উত্তর সঠিক। সব কটি সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। যদি কোনো ভুল উত্তর না থাকে এবং সঠিক উত্তরও সব কটি না থাকে তাহলে পাবে 2 × যে কটি সঠিক উত্তর দেওয়া হয়েছে তার সংখ্যা ÷ আসলে যে কটি উত্তর সঠিক তার সংখ্যা। যদি কোনো ভুল উত্তর দেওয়া হয় বা একাধিক উত্তরের মধ্যে একটিও ভুল থাকে তাহলে উত্তরটি ভুল ধরে নেওয়া হবে। কিন্তু সেক্ষেত্রে কোনো নম্বর কাটা যাবে না, অর্থাৎ শূণ্য নম্বর পাবে।

66. If $|z+i|-|z-1|=|z|-2=0$ for a complex number z, then z =

(A) $\sqrt{2}(1+i)$ (B) $\sqrt{2}(1-i)$ (C) $\sqrt{2}(-1+i)$ (D) $\sqrt{2}(-1-i)$

প্রদত্ত জটিল রাশি z-এর ক্ষেত্রে $|z+i|-|z-1|=|z|-2=0$ হলে z =

(A) $\sqrt{2}(1+i)$ (B) $\sqrt{2}(1-i)$ (C) $\sqrt{2}(-1+i)$ (D) $\sqrt{2}(-1-i)$

67. $\begin{vmatrix} x & 3x+2 & 2x-1 \\ 2x-1 & 4x & 3x+1 \\ 7x-2 & 17x+6 & 12x-1 \end{vmatrix} = 0$ is true for

(A) only one value of x
(B) only two values of x
(C) only three values of x
(D) infinitely many values of x

$\begin{vmatrix} x & 3x+2 & 2x-1 \\ 2x-1 & 4x & 3x+1 \\ 7x-2 & 17x+6 & 12x-1 \end{vmatrix} = 0$ হলে

(A) x-এর মান অনন্য হবে
(B) x-এর শুধুমাত্র দুটি মান হবে
(C) x-এর শুধুমাত্র তিনটি মান হবে
(D) x-এর অসংখ্য মান হবে

105

68. The remainder when $7^{7^{7^{\cdots 7}}}$ (22 times 7) is divided by 48 is

(A) 21 (B) 7 (C) 47 (D) 1

$7^{7^{7^{\cdots 7}}}$ (22 বার 7) -কে 48 দ্বারা ভাগ করলে ভাগশেষ হবে

(A) 21 (B) 7 (C) 47 (D) 1

$\tan^2\theta + 1$

69. Whichever of the following is/are correct ?

(A) To evaluate $I_1 = \int_{-2}^{2} \frac{dx}{4+x^2}$, it is possible to $x = \frac{1}{t}$

(B) To evaluate $I_2 = \int_{0}^{1} \sqrt{(x^2+1)}\, dx$, it is possible to put $x = \sec t$

(C) To evaluate $I_2 = \int_{0}^{1} \sqrt{(x^2+1)}\, dx$, it is not possible to put $x = \operatorname{cosec} \theta$

(D) To evaluate I_1, it is not possible to put $x = \frac{1}{t}$

নিম্নলিখিতগুলির কোনটি / কোনগুলি সত্য ?

(A) $I_1 = \int_{-2}^{2} \frac{dx}{4+x^2}$ নির্ধারণের ক্ষেত্রে $x = \frac{1}{t}$ প্রতিস্থাপন সম্ভব

(B) $I_2 = \int_{0}^{1} \sqrt{(x^2+1)}\, dx$ নির্ধারণের ক্ষেত্রে $x = \sec t$ প্রতিস্থাপন সম্ভব

(C) $I_2 = \int_{0}^{1} \sqrt{(x^2+1)}\, dx$ নির্ধারণের ক্ষেত্রে $x = \operatorname{cosec} \theta$ প্রতিস্থাপন সম্ভব নয়

(D) I_1 নির্ধারণের ক্ষেত্রে $x = \frac{1}{t}$ প্রতিস্থাপন সম্ভব নয়

$2x+2-2\ldots$
$2x-3x\ldots$

$\begin{vmatrix} x & 3x+2 \\ 2x-1 & 4x \\ 7x-2 & 17x+6 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} x & 2x+2 \\ 2x-1 & 2x+1 \\ 7x-2 & 10x+8 \end{vmatrix}$

$= \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x-1 & -x \\ 7x-2 & -2x+\ldots \end{vmatrix}$

70. A plane meets the co-ordinate axes at the points A, B, C respectively in such a way that the centroid of ΔABC is $(1, r, r^2)$ for some real r. If the plane passes through the point $(5, 5, -12)$ then r =

(A) $\frac{3}{2}$ (B) 4 (C) -4 (D) $-\frac{3}{2}$

একটি তল স্থানাঙ্ক অক্ষগুলিকে যথাক্রমে এরূপ তিনটি বিন্দু A, B, C তে ছেদ করে যে ΔABC এর ভরকেন্দ্র হয় $(1, r, r^2)$, r এর একটি বাস্তব মানের জন্য। যদি ঐ তলটি $(5, 5, -12)$ বিন্দুগামী হয়, তবে r হবে

(A) $\frac{3}{2}$ (B) 4 (C) -4 (D) $-\frac{3}{2}$

71. Let P be a variable point on a circle C and Q be a fixed point outside C. If R is the midpoint of the line segment PQ, then locus of R is

(A) a circle

(B) a circle and a pair of straight lines

(C) a rectangular hyperbola

(D) a pair of straight lines

বৃত্ত C এর উপরিস্থ P একটি গতিশীল বিন্দু এবং Q, C -বৃত্তের বাইরের একটি নির্দিষ্ট বিন্দু। PQ ছেদিতাংশের মধ্যবিন্দু R হলে R-এর সঞ্চারপথ হবে

(A) একটি বৃত্ত

(B) একটি বৃত্ত ও সরলরেখাযুগল

(C) সমপরাবৃত্ত

(D) সরলরেখাযুগল

$\lim_{n\to\infty}\left\{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^3}} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4)^3}} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+8)^3}} + \cdots + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+4(n}}\right.$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4\cdot 0)^3}} + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4\cdot 1)^3}} + \cdots + \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4}}$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\frac{n\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4\cdot 0)^3}} + \frac{n\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4\cdot 1)^3}} + \cdots + \frac{n\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4(n-1)}}\right.$

$= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left[\frac{1}{\left(1+\frac{4\cdot 0}{n}\right)^{3/2}} + \frac{1}{\left(1+\frac{4}{n}\right)^{3/2}} + \cdots\right.$

72. $\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n^3)}}+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4)^3}}+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+8)^3}}+\ldots\ldots+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{[n+4(n-1)]^3}}\right\}$ is

(A) $\frac{5-\sqrt{5}}{10}$ (B) $\frac{5+\sqrt{5}}{10}$ (C) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

$\lim\limits_{n\to\infty}\left\{\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n^3)}}+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+4)^3}}+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{(n+8)^3}}+\ldots\ldots+\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{[n+4(n-1)]^3}}\right\}$ -এর মান হল

(A) $\frac{5-\sqrt{5}}{10}$ (B) $\frac{5+\sqrt{5}}{10}$ (C) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$

73. Let $f(x)=\begin{cases}0, & \text{if } -1\le x<0\\ 1, & \text{if } x=0\\ 2, & \text{if } 0<x\le 1\end{cases}$ and let $F(x)=\int\limits_{-1}^{x} f(t)\,dt, -1\le x\le 1$, then

(A) F is continuous function in [–1, 1]

(B) F is discontinuous function in [– 1, 1]

(C) $F'(x)$ exists at $x = 0$

(D) $F'(x)$ does not exist at $x = 0$

মনে কর $f(x)=\begin{cases}0, & \text{যখন } -1\le x<0\\ 1, & \text{যখন } x=0\\ 2, & \text{যখন } 0<x\le 1\end{cases}$ এবং $F(x)=\int\limits_{-1}^{x} f(t)\,dt, -1\le x\le 1$ হয়, সেক্ষেত্রে

(A) [–1, 1] -এ F সন্তত

(B) [– 1, 1] -এ F অসন্তত

(C) $x = 0$ বিন্দুতে $F'(x)$ -এর অস্তিত্ব আছে

(D) $x = 0$ বিন্দুতে $F'(x)$ -এর অস্তিত্ব নেই

$4\int\frac{dx}{} = 4\int\frac{2z\,dz}{} = 2\int dz$

74. The greatest and least values of $f(x) = \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln x$ on $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}\right]$ are

(A) $f_{min} = \sqrt{3} - 1$

(B) $f_{max} = \pi/6 + \frac{1}{4} \ln 3$

(C) $f_{min} = \pi/3 - \frac{1}{4} \ln 3$

(D) $f_{max} = \pi/12 + \ln 5$

অন্তরাল $\left[\frac{1}{\sqrt{3}}, \sqrt{3}\right]$-তে $f(x) = \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln x$-এর সর্বোচ্চ (max) ও সর্বনিম্ন (min) মান হবে

(A) $f_{min} = \sqrt{3} - 1$

(B) $f_{max} = \pi/6 + \frac{1}{4} \ln 3$

(C) $f_{min} = \pi/3 - \frac{1}{4} \ln 3$

(D) $f_{max} = \pi/12 + \ln 5$

$f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{2x}$

$\frac{1}{1+x^2} = \frac{1}{2x}$

বা, $\frac{2x}{1+x^2} = 1$

বা, $1+x^2-2x=$

বা, $(x-1)^2$

বা, x

$\tan^{-1}(1) - \frac{1}{2}$

$= \pi/4 -$

75. Let f and g be periodic functions with the periods T_1 and T_2 respectively. Then f + g is

(A) periodic with period $T_1 + T_2$

(B) non-periodic

(C) periodic with the period T_1

(D) periodic when $T_1 = T_2$

মনে কর f ও g দুটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক ও পর্যায়কাল যথাক্রমে T_1 ও T_2। সেক্ষেত্রে f + g

(A) পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক ও পর্যায়কাল $T_1 + T_2$

(B) পর্যাবৃত্ত নয়

(C) T_1 পর্যায়কাল বিশিষ্ট পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক

(D) $T_1 = T_2$ হলে পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক হবে